

Sironnan inversio-ongelma: Esteen rekonstruoiminen seisovien aaltojen avulla

Simopekka Vänskä ⁽¹⁾

⁽¹⁾ *Matematiikan ja tilastotieteen laitos*
PL 68
00014 HELSINGIN YLIOPISTO
FINLAND
Email: simopekka.vanska@helsinki.fi

Sironnan inversio-ongelmissa tavoitteena on selvittää kohteen ominaisuuksia sironneesta kentästä tehtyjen mittausten avulla. Viime vuosina esteen kantajan rekonstruoiminen kaukokenttämittauksista on ollut aktiivisen tutkimuksen kohteena.

Lineaarisessa näytemenetelmässä ja *Faktorointimenetelmässä* (Linear sampling method [1], Factorization method [2]) esteen kantaja selvitetään tutkimalla näytepisteissä z yhtälön

$$F f_z = g_z \quad (1)$$

ratkeavuutta. Tässä matriisi F muodostetaan mittausten avulla ja oikea puoli g_z on pisteessä z olevan lähteen kaukokenttä. Mikäli (1) on ratkeava, niin päätellään z olevan esteessä. Koska numeerisesti (1) ratkeaa pseudoinverssinä aina, niin käytännössä tehtävän tulos on regularisoidusta ratkaisusta f_z muodostettu indikaattorifunktio

$$I(z) = \|f_z\|. \quad (2)$$

Singulaaristen lähteiden menetelmässä [3] muodostetaan Herglotz-aaltojen avulla “virtuaalinen” pistelähde näytepisteeseen z . Kaukokentän mittausoperaattorin F avulla voidaan esteestä sironnutta kenttää mitata “virtuaalisesti” pisteessä z kaukokentästä käsin. Kun näytepiste lähestyy esteen reunaa, sironneen kentän voimakkuus kasvaa. Menetelmän numeerinen hankaluus on siinä, että virtuaalisen pistelähteen kenttä voidaan Herglotz-aaltojen avulla muodostaa vain rajoitettuun testialueeseen. Näytepisteen z varioimisen lisäksi, joudutaan laskennallista aluetta luotamaan eri testialueilla.

Esitelmässä käsiteltävä *Seisovien aaltojen menetelmä* [4] on numeerinen menetelmä sirottajan reunan laskemiseksi. Menetelmä on sukua singulaaristen lähteiden menetelmälle, mutta siinä päästään eroon testialueen käyttämisestä luopumalla virtuaalisen lähdekentän singulaarisuudesta. Näytepisteen z ympärille voidaan Herglotz-aaltojen avulla muodostaa helposti seisova aalto täysavaruuteen, joka ei tosin ole singulaarinen, mutta on suhteessa “suuri” näytepisteessä ja vaimenee etäisyyden kasvaessa. Seisovien aaltojen menetelmässä ei myöskään tarvitse ratkaista (1) -tyyppistä yhtälöä, vaan indikaattorifunktio on numeerisesti nopeasti laskettavissa oleva

$$I(z) = F f_z \cdot f_z,$$

missä f_z on sopiva Herglotz-tiheys.

Viitteet

- [1] D. Colton and A. Kirsch, "A simple method for solving inverse scattering problem in the resonance region," *Inverse Problems*, 12:383-393, 1996.
- [2] A. Kirsch, "Characterization of the shape of a scattering obstacle using the spectral data of the far field operator," *Inverse Problems*, 14:1489-1512, 1998.
- [3] R. Potthast, "Stability estimates and reconstructions in inverse acoustic and electromagnetic obstacle scattering problems," *Journal of Comp. and Appl. Mathematics* 114: 247-274, 2000.
- [4] S. Vänskä, "Stationary waves method for inverse scattering problems," submitted.